

Como crescem os Jogos Pan-Americanos? A matemática explica.

RIO DE JANEIRO E NITERÓI QUEREM SEDIAR O PAN E O PARAPAN 2031

Juntas, as cidades do Rio de Janeiro e Niterói se candidataram, em 1º de maio, para sediar os Jogos Pan-Americanos e Parapan-Americanos de 2031. De acordo com as prefeituras, a previsão de investimento é de 3,8 bilhões de reais, sem contar os custos com obras e melhorias de infraestrutura, que deverão ser pagas pela iniciativa privada.

O dossiê da candidatura apresenta a Vila dos Atletas, uma construção de sete edifícios, de 18 andares, que pode acomodar 7.500 atletas e 2.800 técnicos. O espaço será erguido na antiga Estação Leopoldina, no Rio de Janeiro, abandonada há 20 anos. Além da vila, o documento inclui a construção da linha 3 do metrô, que ligará Rio de Janeiro a Niterói, a expansão das linhas do trem

elétrico e a despoluição da Baía de Guanabara.

O anúncio oficial da sede será feito pela organizadora das competições, Panam Sports, no segundo semestre. As cidades brasileiras disputam com Assunção, capital do Paraguai. Segundo especialistas, o Brasil é favorito por ter sediado grandes eventos esportivos nos últimos 15 anos.

FONTES: FOLHA DE S. PAULO E GLOBO ESPORTE.



Parte 1

Leitura e exploração da notícia

A matéria “Rio de Janeiro e Niterói querem sediar o Pan e o Parapan 2031”, da edição 26 do **TINO Econômico**, revela que as duas cidades cariocas entraram na disputa pela sede dos Jogos Pan-Americanos e Parapan-Americanos do referido ano. Agora, pense: qual o volume de investimento esperado para a realização dos eventos? E qual o papel da iniciativa privada nesse orçamento? Quais podem ser os benefícios econômicos para os locais que serão sede desse tipo de evento esportivo?

Parte 2

Jogos Pan-Americanos e progressões matemáticas

Na matemática, progressões são listas ordenadas de termos, por exemplo: 2, 5, 8 etc. Algumas progressões seguem um padrão específico, que pode ser usado para generalizar as sequências e fazer previsões. Na matéria do **TINO Econômico** discutida na parte 1, encontramos alguns elementos que podem ser analisados com a ajuda dessas ferramentas matemáticas. Vejamos a seguir.

A) A reportagem traz que os Jogos Pan-Americanos pretendidos pelas cidades cariocas ocorrerão em 2031. As primeiras dez edições desse evento esportivo estão no quadro abaixo, com os respectivos anos e cidades-sede:

Edição	Ano	Cidade-Sede
1	1951	Buenos Aires, Argentina
2	1955	Cidade do México, México
3	1959	Chicago, Estados Unidos
4	1963	São Paulo, Brasil
5	1967	Winnipeg, Canadá
6	1971	Cali, Colômbia
7	1975	Cidade do México, México
8	1979	San Juan, Porto Rico
9	1983	Caracas, Venezuela
10	1987	Indianápolis, Estados Unidos

Fonte: www.quadrodemedalhas.com. Acesso: 5 maio de 2025.

- 1) Qual o padrão da sequência dos anos na segunda coluna do quadro?
 - 2) Conhecendo o ano da edição 1 dos Jogos, é possível prever que a edição 10 ocorreu em 1987, sem saber os anos anteriores? Como?
 - 3) Seguindo a ideia do item 2, como saber em que ano ocorreu a edição 15 dos Jogos?
 - 4) Esse tipo de sequência em que cada termo é obtido somando ou subtraindo um valor constante (razão) do termo anterior é chamada de Progressão Aritmética (PA). Podemos associar a PA do nosso problema a uma função do tipo $f(n) = 1951 + 4 \cdot (n - 1)$, em que 1951 é o primeiro termo, a razão é 4 e “n” representa o número da edição dos Jogos. Teste essa função para os itens 2 e 3 e a utilize para descobrir qual será a edição do evento de 2031.
- A) Pesquise as primeiras edições dos jogos Parapan-Americanos e escreva a função associada à sua PA. Utilize-a para descobrir em qual ano ocorrerá a 20ª edição dos jogos.
- B) Assim como na parte A, podemos analisar a sequência formada pelos custos totais dos Jogos Pan-Americanos. Avaliando dados mais recentes, em 2007, no Rio de Janeiro, a estimativa do custo ficou em torno de 3,2 bilhões de reais. Em 2011, em Guadalajara (México), saltou para cerca de 4,5 bilhões de reais e, em 2015, em Toronto (Canadá), foi cerca de 7 bilhões de reais (Fonte: <https://www1.folha.uol.com.br>. Dados aproximados). Observe que a sequência dos gastos não se comporta como uma PA. Quando uma progressão vai aumentando, multiplicando ou dividindo cada termo por um valor constante (razão), ela é chamada de Progressão Geométrica (PG).

5) Para obter a razão aproximada da PG (3,2; 4,5; 7...), podemos dividir cada termo pelo termo anterior. Dividindo 4,5 por 3,2, encontramos aproximadamente 1,4. Associamos então a sequência a uma função do tipo:

$$g(n) = 3,2 \cdot 1,4^{(n-1)}$$

Na qual 3,2 é o primeiro termo da sequência, 1,4 é a razão que supomos constante, “n” é a quantidade de edições passadas após 2007 e $g(n)$ é o gasto estimado após estas “n” edições.

Se esse gasto se mantivesse constante, determine qual seria o gasto estimado com os Jogos na edição de 2023, em Santiago (Chile). Use uma calculadora científica para ajudar nos cálculos.

6) Pesquise qual foi o gasto real com os Jogos Pan-Americanos de Santiago e compare com o valor do item 1. Por que será que existe essa diferença?

7) Os Jogos Parapan-Americanos costumam receber até 10% do orçamento total estimado para o evento. Qual seria esse valor para o orçamento estimado dos Jogos Pan-Americanos de 2031? Por que será que existe essa diferença, já que o número de atletas incluídos vem aumentando?

Conversa com o professor

Olá, professora! Olá, professor!

A matéria do **TINO** sobre os Jogos Pan-Americanos e Parapan-Americanos permite discutir uma série de questões associadas à educação financeira, como proposto na parte 1. Caso a turma se engaje na discussão, aproveite para incentivar os(as) estudantes a pesquisar mais sobre os Jogos Parapan-Americanos, qual tem sido o desempenho dos atletas brasileiros, por que demorou tanto tempo para esse evento existir e como tem sido feito o investimento no esporte paralímpico no Brasil e em outros lugares do mundo. É uma ótima oportunidade para estabelecer uma parceria com professoras e professores de educação física, por exemplo, executando um trabalho multidisciplinar com a disciplina de matemática.

Como a matéria traz um contexto repleto de padrões numéricos, representa uma oportunidade para introduzir ou aplicar o conteúdo relativo às sequências numéricas, em particular progressões aritméticas (PA) e geométricas (PG). Também é possível extrapolar a discussão para funções de domínios discretos, seja com características de funções de primeiro grau ou exponenciais.

Além das atividades propostas, você pode optar por utilizar *softwares* de geometria dinâmica, como o Geogebra, ou mesmo malhas quadriculadas, para que os alunos e alunas construam os gráficos de pontos das funções no plano cartesiano. É uma situação frutífera para debater a questão “por que não podemos ligar os pontos?”, algo em que muitos(as) apresentam dúvidas.

Tanto no item A como no item B da parte 2, verifique se os(as) estudantes têm os pré-requisitos para abordar as questões, mas evite dar respostas prontas que limitem o espaço-solução dos(as) alunos(as). É importante deixar a dificuldade surgir e permitir que a turma explore mais as questões, seja de forma individual ou em grupo. Ao corrigir a atividade em sala, permita que diferentes grupos ou estudantes contem como pensaram.

Para o item B, os(as) estudantes necessitam utilizar uma calculadora científica, que pode ser encontrada na internet. Caso não seja possível, considere fornecer uma aproximação para o expoente solicitado.

PARA FINALIZAR

A seguir, deixamos listadas algumas habilidades da BNCC que podem ser desenvolvidas com o auxílio da atividade. É possível fazer adaptações para diferentes anos escolares, dependendo de como você, professor(a), pretende abordar as situações.

HABILIDADES DA BNCC

A atividade apresentada contribui para o desenvolvimento das seguintes habilidades do ensino médio:

(EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT508) Identificar e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Gabarito comentado - parte 1

Segundo o texto, são estimados pelas prefeituras cerca de 3,8 bilhões de reais de investimentos para a realização dos eventos. Boa parte desse dinheiro é pago pela iniciativa privada, sendo acrescentados custos com obras e melhoria da infraestrutura. Eventos como esses, além de movimentar a economia local, com comércio e serviços atrelados ao turismo, deixam um legado de melhorias estruturais, como a matéria cita: prédios da Vila Olímpica, expansão das linhas de trem elétricos e despoluição da Baía de Guanabara.

Gabarito comentado - parte 2

Parte A:

1) Os anos vão aumentando de quatro em quatro..

2) Se a edição 1 ocorreu em 1951 e os Jogos são realizados a cada quatro anos, da edição 1 à edição 10 houve 9 edições. Fazendo 9 vezes 4, encontramos 36 anos de diferença. Adicionando 36 ao ano 1951, obtemos 1987, que é o ano da edição 10.

3) Da mesma maneira, da edição 1 à edição 15, foram 14 edições. Fazendo 14 vezes 4, obtemos 56 anos. Somando a 1951, temos 2007, que é o ano da edição 15. Também poderíamos partir da edição

10 e contar uma diferença de $15 - 10 = 5$, até a edição 15. Fazendo 5 vezes 4 anos, teríamos 20 anos. Adicionando 1987 a 20, obtemos também 2007.

4) Para $n = 10$, temos:

$$f(10) = 1951 + 4 \cdot (10 - 1) = 1951 + 4 \cdot 9 = 1951 + 36 = 1987$$

Para $n = 15$, temos:

$$f(15) = 1951 + 4 \cdot (15 - 1) = 1951 + 4 \cdot 14 = 1951 + 56 = 2007$$

5) A primeira edição dos Jogos Parapan-Americanos ocorreu em 1999, na Cidade do México. A razão da PA também é de 4 anos. Então a função associada seria:

$$f(n) = 1999 + 4 \cdot (n - 1)$$

Para $n = 20$, teremos:

$$f(20) = 1999 + 4 \cdot (20 - 1) = 1999 + 4 \cdot 19 = 1999 + 76 = 2075$$

Portanto, a edição 20 será em 2075.

Parte B:

1) Da edição de 2007 até 2023, passaram-se 16 anos. Como os Jogos ocorrem a cada quatro anos, temos que 16 dividido por 4 resulta em 4, o que significa que $n = 4$, pois houve 4 edições. Substituindo na expressão da função temos:

$$g(4) = 3,2 \cdot 1,4^{(4-1)} = 3,2 \cdot 1,4^3 \simeq 8,8$$

Portanto, o gasto estimado em 2023 seria de aproximadamente 8,8 bilhões de reais.

2) Algumas fontes da Internet divergem sobre os valores, mas, em geral, apontam que o Chile gastou em torno de um bilhão de dólares com o evento de 2023, em Santiago. Usando a cotação do dólar da época, de cerca de 4,87 reais, estima-se que foram gastos 3,4 bilhões de reais. O valor é bem distante do encontrado no item 1. Isso porque, como o evento muda de país a cada quatro anos, cada nação possui um custo para mão de obra e infraestrutura diferente. Além disso, em um intervalo de tempo de quatro anos, a situação econômica mundial se altera.

3) De acordo com a matéria do **TINO**, se o custo estimado dos Jogos de 2031 se mantiver em 3,8 bilhões de reais, somente 10% desse valor seria gasto com os jogos Parapan-Americanos, ou seja:

$$0,10 \cdot 3,8 = 0,38 \text{ bilhão ou } 380 \text{ milhões}$$

Apesar de o número de atletas paralímpicos estar aumentando a cada edição, os Jogos Parapan-Americanos acabam atraindo menos a atenção do público, diminuindo a arrecadação com transmissão das partidas e ingressos, por exemplo. A estrutura para hospedar um número menor de atletas também é reduzida. É preciso que os investimentos acompanhem o aumento da inclusão e que os Jogos Parapan sejam cada vez mais divulgados.

ELABORADO POR: Leonardo Perez.